МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФГАОУ ВО «СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

УТВЕРЖДАЮ:
Директор
НОЦ «Институт непрерывного образования»
_____ Е.В. Мошкина
«22» декабря 2023 г.

ДОПОЛНИТЕТЕЛЬНАЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ПРОГРАММА
ПОВЫШЕНИЯ КВАЛИФИКАЦИИ

«Неголономная геометрия и задачи об экстремальных поверхностях»

Красноярск 2023

I. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ПРОГРАММЫ

1.1. Аннотация программы

Цикл лекций посвящен описанию тонких свойств неголономных структур (субримановых и сублоренцевых), задачам нахождения меры классов поверхностей-графиков на них, а также, применениям результатов к описанию классов экстремальных поверхностей. Одним из основных классов рассматриваемых структур является класс групп Карно. Кроме того, рассматриваются неголономные структуры с аналогом расстояния, введенном в геометрии Минковского: спецификой этой геометрии является то, что квадрат расстояния между точками может быть отрицательным. Исследования субриманова варианта геометрии Минковского начались относительно недавно, в начале XXI века. До недавнего времени был известен ряд свойств кривых, а также, некоторые глобальные свойства. В работах В. Крыма и Н. Петрова приведены применения сублоренцевой геометрии в физике. Метрические свойства поверхностей (в частности, поверхностей-графиков) начали изучаться совсем недавно. В курсе будет продемонстрирован авторский подход к решению задач геометрической теории меры на субримановых и сублоренцевых структурах, носящий универсальный характер и позволяющий получать принципиальное новые результаты.

1.2. Цель программы

Повышение профессионального уровня в рамках имеющейся квалификации в сфере геометрической теории меры на неголономных структурах. Совершенствование профессиональных компетенций преподавателей вуза, научных работников, аспирантов и магистров в использовании современных методов геометрической теории меры и теории экстремальных поверхностей в неголономной геометрии для научных исследований и работы с обучающимися в основном и дополнительном математическом образовании на разных ступенях обучения.

1.3. Компетенции (трудовые функции) в соответствии с профессиональным стандартом (формирование новых или совершенствование имеющихся)

Единый квалификационный справочник должностей руководителей, специалистов и служащих (ЕКСД), «Квалификационная характеристика должностей руководителей и специалистов высшего профессионального и дополнительного профессионального образования», «Должности профессорско-преподавательского состава»:

- организует и проводит учебную, воспитательную и учебно-методическую работу по преподаваемой дисциплине или отдельным видам учебных занятий;
- создает условия для формирования у обучающихся (студентов, слушателей) основных составляющих компетентности, обеспечивающей успешность будущей профессиональной деятельности выпускников;

– проводит все виды учебных занятий, учебной работы;
– разрабатывает рабочие программы по преподаваемым дисциплинам;
– комплектует и разрабатывает методическое обеспечение преподаваемых дисциплин или отдельных видов учебных занятий и учебной работы;
– принимает участие в научно-исследовательской работе обучающихся (студентов, слушателей), руководит их самостоятельной работой по преподаваемой дисциплине или отдельным видам учебных занятий и учебной работы, участвует в профессиональной ориентации школьников;
– принимает участие в подготовке учебников, учебных и учебно-методических пособий, разработке, рабочих программ и других видов учебно-методической работы кафедры или иного структурного подразделения.

1.4. Планируемые результаты обучения

В результате успешного освоения программы слушатели будут способны:

РО1. Исследовать свойство гипоэллитичности операторов вида $X^2_1+\ldots+X^2_{n-1}+X_n$ и описывать пространственноподобные поверхности в геометрии Минковского, в т.ч. строить структуры сублоренцевой геометрии.

РО2. Строить отображения-графики на группах Карно и выводить их свойства.

РО2.1. Устанавливать свойство липшицевости/нелипшицевости отображений-графиков.

РО2.2. Строить адекватные для субримановой квазиметрики полиномиальные аппроксимации отображений-графиков.

РО2.3. Формулировать критерий пространственноподобия отображения-графика в терминах дифференциала исходного отображения.

РО3. Вычислять меру Хаусдорфа для образов аппроксимируемых отображений.

РО4. Описывать необходимые и достаточные условия минимальности и максимальности поверхностей-графиков для групп глубины два.

1.5. Категория слушателей: преподаватели, научные работники, аспиранты, магистранты вузов.

1.6. Требования к уровню подготовки поступающего на обучение

Слушатели с наличием базового высшего или среднего профессионального образования по математике. Необходимо владение базовыми интернет-технологиями (веб-поиск, файловые сервисы и пр.), навыки работы в программе для организации видеоконференций Zoom.

1.7. Продолжительность обучения: 36 академических часов.

1.8. Форма обучения: очно-заочная с применением дистанционных образовательных технологий.

1.9. Требования к материально-техническому обеспечению, необходимому для реализации дополнительной профессиональной программы повышения квалификации (требования к аудитории, компьютерному классу, программному обеспечению)

Аудитория для проведения занятий, оснащенная доской.

Для доступа к учебным материалам в системе электронного обучения СФУ «е-Курсы» (https://e.sfu-kras.ru/) и дистанционным занятиям необходимо наличие у слушателя компьютера или ноутбука, имеющего стандартное программное обеспечение (операционная система, офисные программы), выход в Интернет, возможность подключения к сервису видеоконференций Zoom.

1.10. Документ об образовании: удостоверение о повышении квалификации установленного образца.

II. ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ

2.1. Учебно-тематический план

№ п/п	Наименование и содержание разделов и тем программы	Всего часов	В том числе:		Использование средств ЭО и ДОТ	Результаты обучения
			Контактная работа	Самостоятельная работа		
1.	**Неголономная геометрия. Субримановы и сублоренцевы структуры, их происхождение**	**4**	**2**	**2**	Система электронного обучения СФУ, видеоконференция	**РО1**
2.	**Отображения-графики на субримановых структурах**	**16**	**8**	**8**		**РО2**
2.1.	Отсутствие свойства липшицевости отображений-графиков, модельные примеры	4	2	2	Система электронного обучения СФУ, видеоконференция	РО2.1
2.2	Аппроксимация отображений графиков относительно субримановых квазиметрик полиномом минимальной степени	6	3	3	Система электронного обучения СФУ, видеоконференция	РО2.2
2.3.	Критерий пространственноподобия поверхности-графика в терминах дифференциала исходного отображения	6	3	3	Система электронного обучения СФУ, видеоконференция	РО2.3
3.	**Вывод формул площади графиков и описание экстремальных поверхностей**	**12**	**6**	**6**		**РО3–РО4**
3.1.	Метод вычисления меры Хаусдорфа для образов аппроксимируемых отображений	8	4	4	Система электронного обучения СФУ, видеоконференция	РО3
3.2.	Описание необходимых и достаточных условия минимальности и максимальности поверхностей-графиков для групп глубины два	4	2	2	Система электронного обучения СФУ, видеоконференция	РО4
	Итоговый контроль	**4**	4		Система электронного обучения СФУ, видеоконференция	**РО1–РО4**
	ИТОГО	**36**	**18**	**18**		

2.2. План учебной деятельности

Результаты обучения	Учебные действия / формы текущего контроля	Используемые ресурсы / инструменты / технологии
РО1. Исследовать свойство гипоэллитичности операторов вида X21+…+X2n-1+Xn и описывать пространственноподобные поверхности в геометрии Минковского, в т.ч. строить структуры сублоренцевой геометрии	Изучение необходимых теоретических сведений о гипоэллиптических операторов указанного вида и разбор случая уравнений Колмогорова в качестве модельного примера. Изучение базовых терминов и признаков структур геометрии Минковского и ее субримановых версий, сублоренцевых структур. Разбор решения задач/ решение задач Обсуждение. Взаимная оценка и рецензирование итоговых заданий	Материалы электронного курса в системе электронного обучения СФУ «е-Курсы». Видеоконференция в Zoom
РО2. Строить отображения-графики на группах Карно и проверять их свойства липшицевости	Изучение необходимых теоретических сведений о свойствах векторных полей, групповой операции и классах отображений с учетом их специфики на группах Карно. Разбор решения задач/ решение задач. Обсуждение. Взаимная оценка и рецензирование итоговых заданий	Материалы электронного курса в системе электронного обучения СФУ «е-Курсы». Видеоконференция в Zoom
РО2.1. Устанавливать свойство липшицевости/ нелипшицевости отображений-графиков	Изучение необходимых теоретических сведений о квазиметриках и липшицевых отображениях на группах Карно, а также, применению формулы Бейкера – Кэмпбелла – Хаусдорфа для вычисления координат произведения элементов группы Карно. Разбор решения задач/ решение задач. Обсуждение. Взаимная оценка и рецензирование итоговых заданий	Материалы электронного курса в системе электронного обучения СФУ «е-Курсы». Видеоконференция в Zoom
РО2.2. Строить адекватные для субримановой квазиметрики полиномиальные аппроксимации отображений-графиков	Оценка однородной степени координат при полях разных степеней, необходимой для аппроксимации графика полиномом. Полиномиальная субриманова дифференцируемость, ее сходства и различия с субримановой дифференцируемостью. Вычисление минимальной достаточно степени. Разбор решения задач/ решение задач. Обсуждение. Взаимная оценка и рецензирование итоговых заданий	Материалы электронного курса в системе электронного обучения СФУ «е-Курсы». Видеоконференция в Zoom
РО2.3. Формулировать критерий пространственноподобия отображения-графика в терминах	Оценка снизу длин касательных векторов, обеспечивающая пространственноподобие поверхностей, в терминах дифференциала. Разбор решения задач/ решение задач.	Материалы электронного курса в системе электронного обучения СФУ «е-Курсы».

Результаты обучения	Учебные действия / формы текущего контроля	Используемые ресурсы / инструменты / технологии
дифференциала исходного отображения	Обсуждение. Взаимная оценка и рецензирование итоговых заданий	Видеоконференция в Zoom
РО3. Вычислять меру Хаусдорфа для образов аппроксимируемых отображений	Изучение основных шагов и методов вычисления меры Хаусдорфа параметризуемых поверхностей. Разбор решения задач/ решение задач Обсуждение. Взаимная оценка и рецензирование итоговых заданий	Материалы электронного курса в системе электронного обучения СФУ «е-Курсы». Видеоконференция в Zoom
РО4. Описывать необходимые и достаточные условия минимальности и максимальности поверхностей-графиков для групп глубины два	Изучение необходимых теоретических сведений и методов их применения для исследования экстремальных поверхностей. Рассмотрение модельных примеров. Разбор решения задач/ решение задач. Обсуждение. Взаимная оценка и рецензирование итоговых заданий	Материалы электронного курса в системе электронного обучения СФУ «е-Курсы». Видеоконференция в Zoom

2.3. Виды и содержание самостоятельной работы

Список тем для самостоятельной работы определяется преподавателям с учётом индивидуальной подготовки слушателей и планируемыми результатами обучения. Методические указания, а также материалы, необходимые для освоения материала, представлены в соответствующих элементах электронного курса в системе электронного обучения СФУ «еКурсы».

III. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ

3.1. Учебно-методическое обеспечение, в т.ч. электронные ресурсы в корпоративной сети СФУ и сети Интернет

1. Карманова М.Б. Площадь графиков на произвольных группах Карно с сублоренцевой структурой // Сиб. мат. журн. 2020. Т. 61. № 4. С. 823-848.

2. Карманова М.Б. Классы максимальных поверхностей на группах Карно // Сиб. мат. журн. 2020. Т. 61. № 5. С. 1009-1026.

3. Миклюков В.М., Клячин А.А., Клячин В.А. Максимальные поверхности в пространстве-времени Минковского. – 2011. – URL: http://www.uchimsya.info/maxsurf.pdf.

4. Карманова М.Б. О полиномиальной субримановой дифференцируемости некоторых гёльдеровых отображений групп Карно // Сиб. мат. журн. 2017. Т. 58. № 2. С. 305-332.

5. Карманова М.Б. Формула площади для классов гёльдеровых отображений групп Карно // Сиб. мат. журн., 2017. Т. 58. № 6. С. 1056-1079.

6. Karmanova M. Maximal Surfaces on Two-Step Sub-Lorentzian Structures. In: Kielanowski P., Odzijewicz A., Previato E. (eds) Geometric Methods in Physics XXXVIII. Trends in Mathematics, 2020. Birkhäuser, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-53305-2_9.

7. Vodopyanov S.K.: Geometry of Carnot-Carathéodory spaces and differentiability of mappings // In: The Interaction of Analysis and Geometry. Contemporary Mathematics. vol. 424, pp. 247–294. American Mathematical Society, Providence (2007). MR 2316341.

IV. ОЦЕНКА КАЧЕСТВА ОСВОЕНИЯ ПРОГРАММЫ

4.1. Формы аттестации, оценочные материалы, методические материалы

Программа предусматривает проведение текущей и итоговой аттестации. Текущая аттестация слушателей проводится на основе оценки активности и участия в дискуссиях в ходе контактной работы, а также качество выполнения заданий, предложенных преподавателем.

Методические материалы необходимые для выполнения текущих заданий предоставлены в соответствующих элементах электронного обучающего курса.

Итоговая аттестация проводится в формате обсуждения с преподавателем результатов домашней работы слушателей курса.

Критерии оценивания результатов работы:

– уровень освоения учебного материала;
– уровень умения пользования теоретического знания при выполнении практических задач;
– обоснованность и чёткость изложения материала;
– правильное употребление математических понятий и терминов;
– умение обосновать свою точку зрения.

4.2. Требования и содержание итоговой аттестации

Основанием для аттестации слушателей программы повышения квалификации является прохождение всех модулей курса, а также выполнение всех заданий, предложенных преподавателем.

Программу составили:

Д-р физ.-мат. наук _____ М.Б. Карманова

Руководитель программы:

Д-р физ.-мат. наук _____ М.Б. Карманова